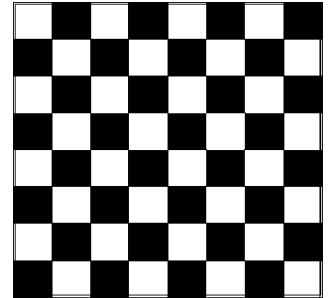


Tarefa 5_ A Lenda do Jogo de Xadrez

Diz a lenda que um antigo Xá da Pérsia ficou tão impressionado com o jogo de xadrez, que ordenou ao seu inventor que pedisse a recompensa que desejasse.

O inventor (provavelmente um matemático experiente...) pediu um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro de xadrez, dois grãos pela segunda casa adjacente, quatro pela terceira, oito pela quarta, e assim sucessivamente, até se percorrerem todas as casas do tabuleiro.



Conta-se que o imperador ficou estupefacto, tendo até considerado, que era afrontoso o pedido do inventor por se tratar de **coisa tão insignificante!**

Contudo, o inventor manteve o pedido e insistiu que lhe bastava vê-lo concretizado...

Quantos grãos de trigo pediu, afinal, o inventor do jogo de xadrez?

1. Quantos grãos estão, em cada casa, da primeira linha do tabuleiro de xadrez?
2. Escreva esses valores na forma de adições de potências de 2. Denomine essa soma por S_8 .
3. Escreva o valor total de grãos na forma de adições de potências de 2. Denomine essa soma por S_{64} .
4. Na soma anterior, coloque em evidência o número 2 a partir da segunda parcela.
5. Na igualdade anterior, relacione o que está entre parênteses com S_{64} .
6. Desembarace a expressão anterior de parênteses, passe para o primeiro membro todos os termos com S_{64} e simplifique a expressão. (ou escreva a expressão anterior em ordem a S_{64}).
7. Calcule o número de grãos que o inventor pediu.

Nota:

Os passos permitiram encontrar uma expressão para a soma dos 64 primeiros termos da progressão geométrica anterior, conhecidos o primeiro termo, que é 1, e a razão, que é 2.

Generalizando para a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica (u_n) qualquer, em que se conhece o primeiro termo, u_1 , e a razão, r , diferente de 1, obtém-se:

$$S_n = u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$$

8. Aplique, agora, a expressão para calcular o número total de grãos das primeiras vinte casas do tabuleiro.
9. Calcule o número total de grãos entre a décima e a vigésima casas consecutivas do tabuleiro, inclusive.
10. Calcule o número total de grãos existentes nas casas ímpares do tabuleiro e compare com o número total de grãos nas casas pares do tabuleiro.

